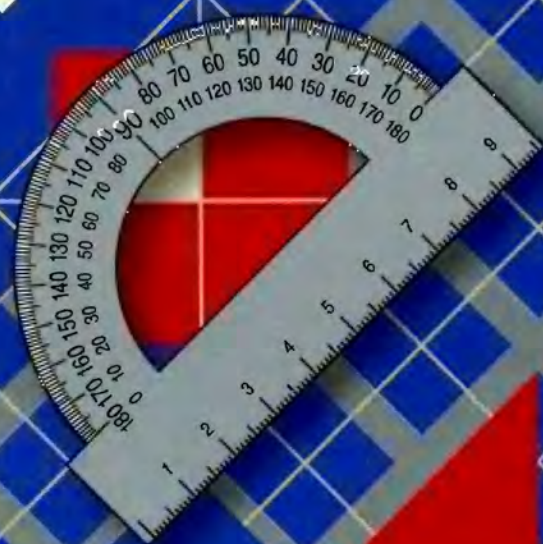


ГЕОМЕТРИЯ РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ



7

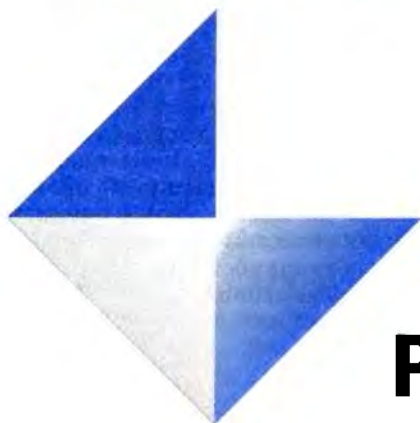


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ ПУНКТАМИ УЧЕБНИКА И ЗАДАЧАМИ ТЕТРАДИ

Номера пунктов учебника	Тема	Номера задач тетради
1	Точки, прямые, отрезки	1—8
3	Луч	9—11
4	Угол	12—16
5	Равенство геометрических фигур	18, 19
6	Сравнение отрезков и углов	20—24
7, 8	Длина отрезка. Единицы измерения. Измерительные инструменты	25—31
9	Градусная мера угла	32—40
11	Смежные и вертикальные углы	41—46
12	Перпендикулярные прямые	47—49
14, 15	Треугольник. Первый признак равенства треугольников	50—59
16	Перпендикуляр к прямой	60—62
17	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	63—65
18	Свойства равнобедренного треугольника	66—70
19	Второй признак равенства треугольников	71, 72
20	Третий признак равенства треугольников	73—76
21	Окружность	77, 78
22, 23	Построения циркулем и линейкой. Примеры задач на построение	79—83
24	Определение параллельности прямых	84—86
25	Признаки параллельности двух прямых	87—104
27, 28	Об аксиомах геометрии. Аксиома параллельности прямых	105—108
29	Теоремы об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей	109—115
30	Теорема о сумме углов треугольника	116—124
31	Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники	125—129
32	Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника	130—134
33	Неравенство треугольника	135—137
34	Некоторые свойства прямоугольных треугольников	138—145
35	Признаки равенства прямоугольных треугольников	146—149
37	Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми	150—155
38	Построение треугольника по трем элементам	156, 157

ГЕОМЕТРИЯ



РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

7 КЛАСС

Пособие
для учащихся
общеобразовательных
учреждений

13-е издание

Москва
«Просвещение»
2010



Авторы:

Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, И. И. Юдина

Рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Геометрия, 7—9» авторов Л. С. Атанасяна и др. и предназначена для организации решения задач учащимися на уроке после их ознакомления с новым учебным материалом. На этом этапе учащиеся делают первые шаги по осознанию нового материала, освоению основных действий с изучаемым материалом. Поэтому в тетрадь включены только базовые задачи, обеспечивающие необходимую репродуктивную деятельность в форме внешней речи. Наличие текстовых заготовок облегчает ученику выполнение действий в развернутой письменной форме, а учителю позволяет осуществлять во время урока оперативный контроль и коррекцию деятельности учащихся. Использование данной тетради для организации других видов деятельности (самостоятельных работ, повторения, контроля и т. д.) малоэффективно.

Учебное издание

Атанасян Левон Сергеевич
Бутузов Валентин Федорович
Глазков Юрий Александрович
Юдина Ирина Игоревна

ГЕОМЕТРИЯ

Рабочая тетрадь

7 класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных учреждений

Зав. редакцией Т. А. Бурмистрова. Редактор Л. В. Кузнецова. Младший редактор Н. В. Ноговицина. Художники В. А. Андрианов, О. П. Богомолова, В. В. Костин. Художественный редактор О. П. Богомолова. Компьютерная верстка Е. А. Стрижевой. Корректоры Л. С. Вайтман, И. В. Окунева

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 23.03.10. Формат 70×100¹/₁₆.

Бумага писчая. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,47.

Доп. тираж 60 000 экз. Заказ № 29847.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru

ISBN 978-5-09-023709-3

© Издательство «Просвещение», 1998

© Художественное оформление.

Издательство «Просвещение», 2004

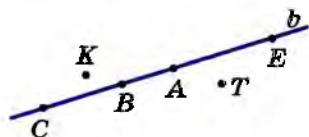
Все права защищены

§ 1

Прямая и отрезок

1

Какие точки на рисунке лежат и какие не лежат на прямой b ? Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.

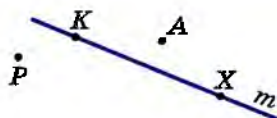


О т в е т .

$A \in b$, $K \notin b$, _____

2

Через какие точки на рисунке проходит прямая m и через какие не проходит? Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.



О т в е т . _____

3

а) Отметьте на рисунке точки T , O и P так, чтобы выполнялись условия: $T \in n$, $O \in n$, $P \notin n$. Запишите, как читаются эти условия.



б) Запишите, как еще можно обозначить прямую n .

О т в е т .

а) Точка T лежит на прямой _____ или прямая n проходит через точку _____. Точка O _____

б) Прямую n можно обозначить еще так: _____ или _____

а) Проведите прямые a и b так, чтобы выполнялись условия:

$$A \in a \text{ и } B \in a;$$

$$A \in b \text{ и } B \notin b.$$

б) Каково взаимное расположение прямых a и b ?



О т в е т .

б) Прямые a и b _____

Прямые m и n пересекаются в точке C , а точка H , отличная от точки C , лежит на прямой m . Лежит ли точка H на прямой n ?

Объясните ответ.

Р е ш е н и е . H _____ n , так как по условию задачи прямые m и n имеют общую точку C , а двух общих точек две прямые иметь _____

О т в е т .

Точка H _____ на прямой n .

Отметьте на прямой MK две точки: точку A , лежащую на отрезке MK , и точку B , которая не лежит на отрезке MK . Какая из точек — A или B — лежит между точками M и K ?



О т в е т .

Между точками M и K _____

Пересекаются ли на рисунке:

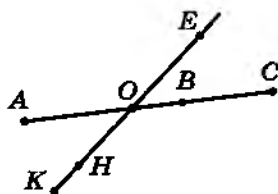
а) отрезки EH и AB , EH и BC ,
 HK и AB ;

б) отрезок EH и прямая BC , отрезок HK и прямая AB ?

О т в е т .

а) Отрезки EH и AB _____;
отрезки EH и BC _____;

б) Отрезок EH и прямая BC _____



Выпишите все отрезки, изображенные на рисунке к задаче 7:

- а) на которых точка B лежит, но не является их концом;
б) концом которых является точка B .

О т в е т .

а) _____

б) _____

§ 2

Луч и угол

а) Какие точки на рисунке, отличные от точки T , лежат на луче TP ?

б) Какие лучи совпадают с лучом TP ?

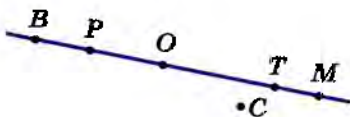
в) Какой луч является продолжением луча TP ?

О т в е т .

а) На луче TP лежат точки _____

б) _____

в) _____



а) Отметьте на прямой HK точки A и B так, чтобы выполнялись условия: точка A лежит между точками H и K и точка K лежит между точками H и B .

б) Напишите, какой луч совпадает с лучом AK и какой луч является продолжением луча AK .



О т в е т .

б) С лучом AK совпадает луч ____ ; продолжением луча AK является луч ____

Отметьте на луче h точку M , а на продолжении луча h — точку C . Используя форму записи, введенную в задаче 10, опишите взаимное расположение точек A , M и C .



О т в е т .

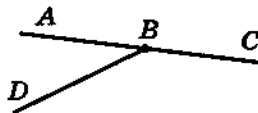
а) Запишите обозначения всех углов, изображенных на рисунке.

б) Какой из этих углов является развернутым?

О т в е т .

а) $\angle ABD$, _____

б) Развернутым является угол _____



Проведите лучи h и p с началом в точке O так, чтобы угол hp был развернутым. Запишите обозначения всех получившихся углов.

О т в е т .

$\angle hp$, _____

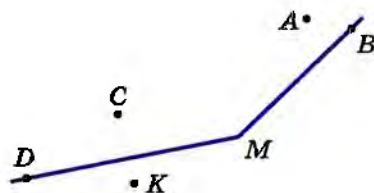


а) Закрасьте цветным карандашом внутреннюю область угла M .

б) Какие точки лежат на сторонах угла M ; внутри угла M ; вне угла M ?

О т в е т .

б) На сторонах угла M лежат точки _____; внутри угла M _____; вне _____



Какой луч на рисунке делит угол ABC на два угла? Объясните ответ.

Р е ш е н и е . Луч делит угол на два угла, если он:

1) исходит из _____ угла;

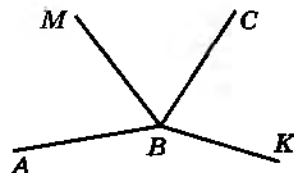
2) проходит _____ угла.

Луч BM _____ угол ABC на два угла, так как он _____ из вершины угла ABC и проходит _____ угла ABC .

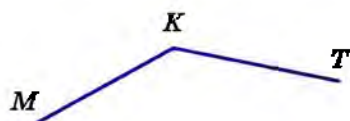
Луч BK _____ угол ABC на два угла, так как он _____ из вершины угла ABC , но _____

О т в е т .

Луч _____ делит угол ABC на два угла.



Проведите луч KO , который делит угол MKT на два угла, и луч KS , который не делит угол MKT на два угла.



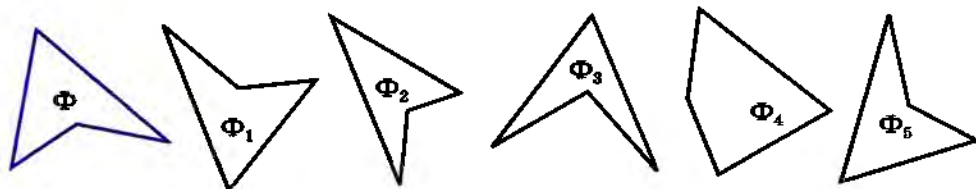
§ 3 Сравнение отрезков и углов

17

С помощью прозрачной пленки выясните, какие фигуры на рисунке равны фигуре Φ .

О т в е т .

$\Phi_1 = \Phi$, _____

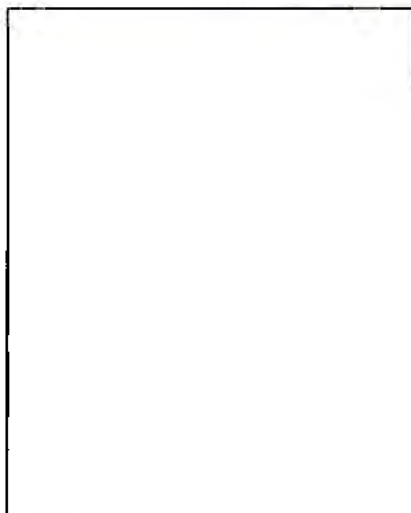


18

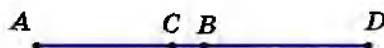
На луче, исходящем из точки A , отмечены три точки K , M и P так, что точка M лежит между точками A и P и точка K лежит между точками A и M . Сравните отрезки AK и AP . Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е . По условию задачи $A-M-P$, поэтому отрезок AM — часть отрезка _____. Аналогично $A-K-M$, поэтому отрезок AK — часть _____ AM . Следовательно, AK _____ AP .

О т в е т .



а) С помощью циркуля сравните отрезки AB и CD , AB и BD , AC и CD . Запишите результат сравнения и выясните, какая из точек — B или C — служит серединой отрезка AD .



б) На прямой AD отметьте точку M так, чтобы точка C была серединой отрезка DM .

О т в е т .

а) AB $\underline{\hspace{1cm}}$ CD , AB $\underline{\hspace{1cm}}$ BD , AC $\underline{\hspace{1cm}}$ CD ;
 середина отрезка AD — точка $\underline{\hspace{1cm}}$

Точка M — середина отрезка OT . Можно ли наложением совместить отрезки:

а) OM и MT ;

б) OM и OT ;

в) MT и OT ?

Объясните ответ.

Р е ш е н и е .

а) Точка M — середина отрезка OT , поэтому $OM = \underline{\hspace{1cm}}$, а равные отрезки совместить наложением $\underline{\hspace{1cm}}$

б) Точка M — $\underline{\hspace{1cm}}$ отрезка OT , поэтому $OM \underline{\hspace{1cm}}$ OT , а неравные отрезки OM и $\underline{\hspace{1cm}}$

в) $\underline{\hspace{1cm}}$

О т в е т .

а) $\underline{\hspace{1cm}}$

б) $\underline{\hspace{1cm}}$

в) $\underline{\hspace{1cm}}$

На рисунке отрезки HK , KP , PO и OT равны друг другу.

а) Укажите отрезок, серединой которого служит точка O .

б) Укажите середину отрезка HT .



в) На прямой KO отметьте точку A так, чтобы точка T была серединой отрезка PA .

О т в е т .

а) _____ ; б) _____

Луч AM делит угол BAC на два угла. Сравните углы BAM и MAC . Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е . Углы BAM и MAC имеют общую сторону _____, луч AM делит угол _____ на два угла, поэтому луч AM проходит внутри угла BAC , значит, угол BAM — часть угла _____, поэтому $\angle BAM$ _____ $\angle MAC$.

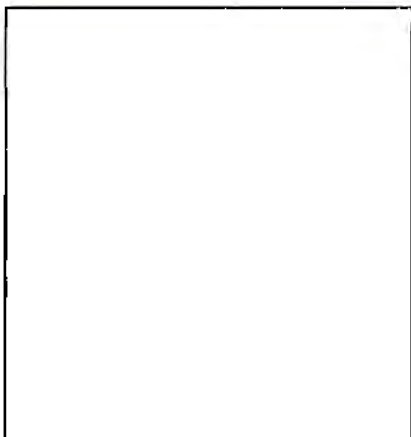
О т в е т . $\angle BAM$ _____ $\angle MAC$.



Три луча h , k и m исходят из точки O , луч h является продолжением луча k . Сравните углы hk и km . Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е . По условию задачи луч h является _____ луча k , значит, угол _____ развернутый. Угол km — неразвернутый, поэтому он составляет часть угла _____, т. е. $\angle hk$ _____ $\angle km$.

О т в е т . $\angle hk$ _____ $\angle km$.



На рисунках *a* и *б* $\angle km = \angle kn$.
На каком из этих рисунков луч *k* — биссектриса угла *mn*? Объясните ответ.

Решение. Луч называется биссектрисой угла, если он:

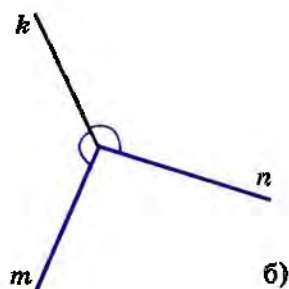
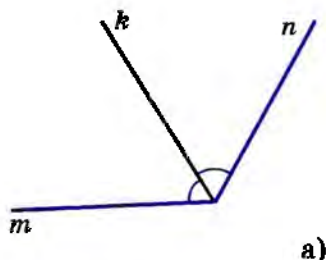
- 1) исходит из _____ угла;
- 2) делит угол _____

На рисунке *a* луч *k* исходит из _____ угла *mn* и делит _____. Следовательно, луч *k* — _____ угла *mn*.

На рисунке *б* луч *k* исходит из _____ угла *mn*, но _____ угол пополам. Следовательно, луч *k* _____ биссектрисой угла *mn*.

О т в е т .

Луч *k* является биссектрисой угла _____ на рисунке _____



§ 4 Измерение отрезков

25

На рисунке отрезки *AB*, *BC*, *CD* и *DE* равны.

Найдите длину отрезка *AD*, если за единицу измерения принят отрезок: а) *AB*; б) *AC*; в) *AE*.



О т в е т .

а) $AD = 3AB$.

б) $AD = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $\underline{\hspace{2cm}}$

Точка A лежит на отрезке BC . Каким из чисел: -2 ; $-0,5$; 0 ; $0,3$; $1,5$ — может выражаться длина отрезка BA , если за единицу измерения принят отрезок BC ?

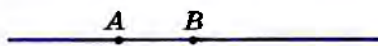
Решение. Длина любого отрезка может выражаться только _____ числом. По условию задачи точка A лежит между точками B и C , следовательно, $BA < BC$, поэтому длина отрезка BA может выражаться только числом _____

Ответ.

Длина отрезка BA может выражаться только числом _____

На рисунке с помощью масштабной линейки отметьте на прямой AB точку M так, чтобы $BM = 20$ мм.

а) Сколько таких точек можно отметить на прямой AB ?



б) Измерьте в миллиметрах длину отрезка AM в каждом из случаев.

Ответ.

а) _____

б) $AM =$ _____ или $AM =$ _____

Точки K , P и O лежат на одной прямой. Каким может быть расстояние KO , если $KP = 3$ см, $PO = 1,5$ см?

Решение. Расстоянием между точками K и O называется длина _____. Возможны два случая:

а) Точка O лежит на луче PK (сделайте чертеж). В этом случае $KO + OP =$ _____, т. е. $KO + 1,5 =$ _____, откуда $KO =$ _____ см.



б) Точка O лежит на продолжении луча _____ (сделайте чертеж). В этом случае $KP + PO = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $KO = \underline{\hspace{2cm}}$ см.

О т в е т .

$KO = \underline{\hspace{2cm}}$ см или $KO = \underline{\hspace{2cm}}$ см.



29

Длина отрезка BC на рисунке равна a . Известно, что точка M — середина отрезка BO , точка K — середина отрезка OC . Отметьте точки M и K на рисунке. Найдите расстояние MK .

Р е ш е н и е . По условию задачи точка M — середина отрезка _____, поэтому $MO = \frac{1}{2}BO$; точка K — середина отрезка _____, поэтому $OK = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}}$. $MK = MO + \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2}BO + \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}(BO + \underline{\hspace{2cm}}) = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$



О т в е т .

$MK = \underline{\hspace{2cm}}$

30

Измерьте длину и ширину рабочей тетради и выразите их в миллиметрах, сантиметрах, дециметрах, метрах и километрах.

О т в е т .

Длина: _____

Ширина: _____

31

Выразите метр в аршинах и сажнях.

О т в е т .

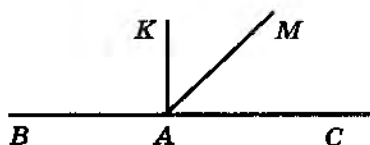
32

Измерьте с помощью транспортира данные углы BAK , BAM , KAM и CAM .

О т в е т .

$\angle BAK =$ _____ , _____ ,

_____ , _____



33

Углы ABC и KOP можно совместить наложением, $\angle ABC = 15^\circ$. Какова градусная мера угла KOP ?

Р е ш е н и е . Так как по условию задачи углы ABC и KOP можно совместить наложением, то они _____ , а равные углы имеют _____. Следовательно, $\angle KOP =$ _____

О т в е т .

34

Не измеряя углы KAC и CAM на рисунке к задаче 32, сравните их градусные меры.

Объясните ответ.

Р е ш е н и е . Угол CAM составляет часть угла KAC , следовательно, угол CAM меньше угла _____ , а меньший угол имеет _____ градусную меру.

О т в е т .

$\angle CAM$ _____ $\angle KAC$.

С помощью транспортира отложите от луча OA угол AOC , равный 35° .

а) Сколько таких углов можно отложить от луча OA ?

б) Измерьте угол COB в каждом из случаев.

О т в е т .

а) _____

б) $\angle COB =$ _____ или $\angle COB =$ _____

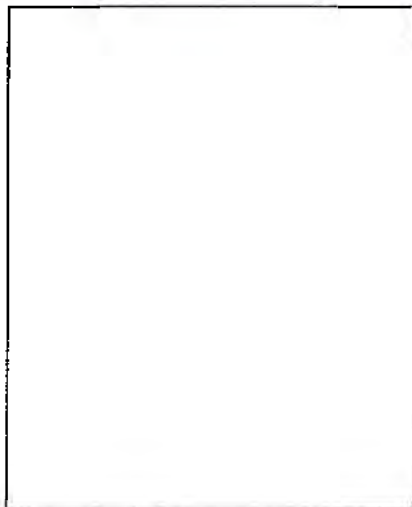


Луч AB делит угол KAP на два угла так, что угол KAB тупой. Сделайте чертеж. Может ли угол BAK быть тупым или прямым?

Решение. Так как луч AB делит угол KAP на два угла, то $\angle KAP = \angle KAB +$ _____. Предположим, что угол BAK тупой или прямой. Тогда $\angle KAP = 180^\circ$, что невозможно.

Значит, угол BAK _____

О т в е т .



Луч MN делит угол AMC на два угла.

Найдите $\angle AMC$, если $\angle AMN = 15^\circ 23'$, $\angle HMC = 84^\circ 57'$.

Решение. Так как луч MN делит угол AMC на два угла, то $\angle AMC = \angle AMN +$ _____, т. е. $\angle AMC =$ _____ + _____ = _____

О т в е т .

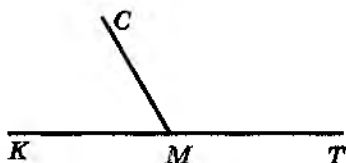
$\angle AMC =$ _____

Луч CE — биссектриса угла PCT , $\angle ECT = 37^\circ 37'$. Найдите $\angle PCT$.

Решение. Так как луч CE — биссектриса угла PCT , то $\angle PCT = 2\angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

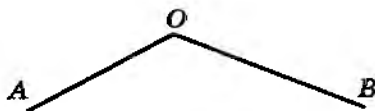
Ответ. $\angle PCT = \underline{\hspace{2cm}}$

С помощью транспортира постройте биссектрисы углов KMC и CMT . Измерьте угол, образованный построенными биссектрисами, и запишите результат измерения.



Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

С помощью транспортира разделите угол AOB на три равных угла.



§ 6

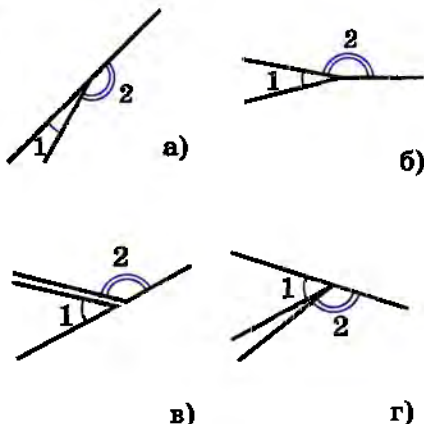
Перпендикулярные прямые

На каком из рисунков a — $г$ углы 1 и 2 смежные? Объясните ответ.

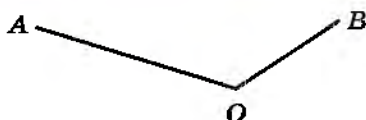
Решение. Смежными называются два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением одна другой на рисунках $\underline{\hspace{2cm}}$.

Углы 1 и 2 имеют общую сторону на рисунках a , $\underline{\hspace{2cm}}$. Две стороны углов 1 и 2 являются продолжением одна другой на рисунках $\underline{\hspace{2cm}}$. Оба условия выполняются на рисунке $\underline{\hspace{2cm}}$, т.е. углы 1 и 2 являются смежными на рисунке $\underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. Смежные углы — на рисунке $\underline{\hspace{2cm}}$



а) Проведите луч OC так, чтобы углы AOB и COB были смежными, и луч OM так, чтобы углы AOB и MOA были смежными.



б) Вычислите градусные меры углов COB и MOA , если $\angle AOB = 100^\circ$.

О т в е т .

б) $\angle COB = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle MOA = \underline{\hspace{2cm}}$

Сумма углов ABC и ABO равна 160° . Являются ли они смежными?

Р е ш е н и е . Если углы ABC и ABO смежные, то выполняется равенство $\angle ABC + \angle ABO = \underline{\hspace{2cm}}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, углы ABC и ABO $\underline{\hspace{2cm}}$

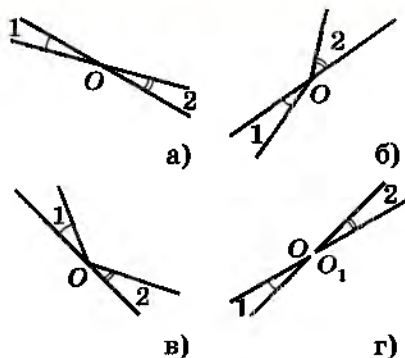
О т в е т .

На каком из рисунков а — г углы 1 и 2 являются вертикальными? Объясните ответ.

Р е ш е н и е . Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются $\underline{\hspace{2cm}}$ сторон другого. Это условие выполняется на рисунке $\underline{\hspace{2cm}}$

О т в е т .

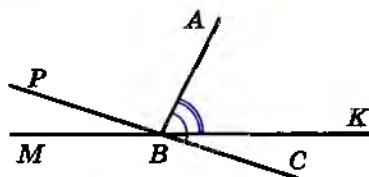
Вертикальные углы изображены на рисунке $\underline{\hspace{2cm}}$



На рисунке $\angle ABC = 83^\circ$, $\angle ABK = 65^\circ$. Найдите $\angle PBM$.

Решение. $\angle PBM = \angle$ _____, так как эти углы _____; $\angle CBK = \angle ABC - \angle$ _____ $= 83^\circ -$ _____ $=$ _____. Следовательно, $\angle PBM =$ _____

Ответ.



Прямые AB и OT пересекаются в точке C , $\angle ACO = 40^\circ$. Сделайте чертеж. Найдите $\angle BCT$, $\angle ACT$, $\angle BCO$.

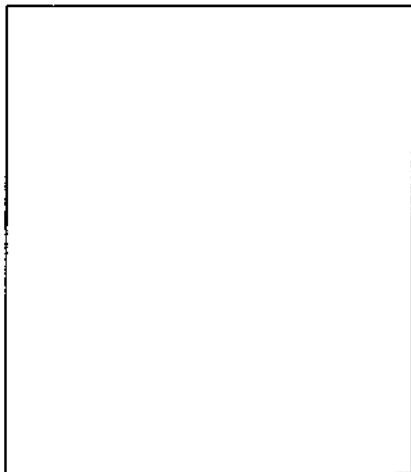
Решение.

1) $\angle BCT = \angle$ _____, так как эти углы _____, поэтому $\angle BCT =$ _____

2) $\angle ACT + \angle ACO =$ _____, так как эти углы _____, поэтому $\angle ACT =$ _____

3) $\angle BCO = \angle$ _____, так как _____, следовательно, $\angle BCO =$ _____

Ответ.



С помощью транспортира и линейки проведите через точку A прямую b , перпендикулярную к прямой m .



Прямые KM и BC пересекаются в точке O , $\angle COM = 89^\circ$. Перпендикулярны ли прямые KM и BC ? Объясните ответ.

Решение. Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют _____. По условию задачи $\angle COM = \underline{\hspace{1cm}}$, т. е. он не _____, поэтому прямые KM и BC _____.

Ответ.

Прямая b пересекает стороны угла C в точках A и B . Могут ли обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b ?

Решение. Предположим, что $CA \perp b$ и $CB \perp b$, тогда две прямые, перпендикулярные к прямой b , _____ в точке C , что невозможно. Следовательно, обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b _____.

Ответ.

§ 1

Первый признак равенства
треугольников

50

а) Запишите все возможные обозначения данного треугольника.

б) Укажите: сторону, лежащую против угла C ; угол, лежащий против стороны CM ; углы, прилежащие к стороне EC ; угол между сторонами EC и EM .

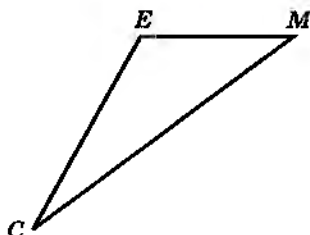
в) Измерьте меньшую сторону данного треугольника и его больший угол и запишите результат измерений.

О т в е т .

а) $\triangle CEM$, _____

б) Против угла C лежит сторона _____; против стороны CM лежит _____; к стороне EC прилежат углы _____; между сторонами EC и EM — угол _____

в) $EM =$ ____ см; $\angle CEM =$ _____



51

а) С помощью масштабной линейки закончите построение треугольника ABC , если $AB = 5$ см, $AC = 4$ см.

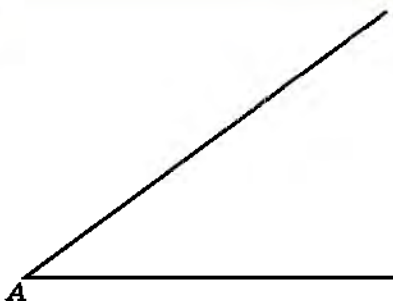
б) Измерьте градусные меры углов B и C построенного треугольника ABC и запишите результат измерений.

в) Измерьте сторону BC и найдите периметр треугольника ABC .

О т в е т .

б) $\angle B =$ _____

в) $BC =$ ____ см и $P_{ABC} =$ ____ см.



При наложении треугольника ABC на треугольник MKN сторона AB совместилась со стороной MK , сторона AC — со стороной MN .

Совместилась ли сторона BC со стороной KN ? Объясните ответ.

Решение. Так как стороны AB и AC совместились со сторонами _____, то точки B и C совместились соответственно с точками _____. Следовательно, концы отрезков BC и _____ совместились, а значит, отрезки BC и KN _____

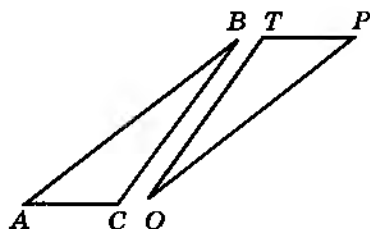
Ответ.

На рисунке изображены равные треугольники ABC и POT .

а) Укажите соответственно равные элементы этих треугольников.

б) Измерьте стороны и углы треугольника ABC и запишите результат измерений.

в) Не измеряя, найдите длины сторон и градусные меры углов треугольника POT .



Ответ.

а) $AC = PT$, _____

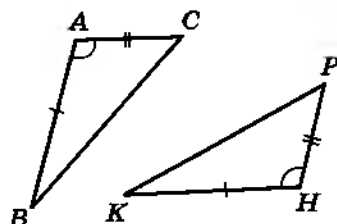
б) _____

в) _____

Заполните пропуски в формулировке и доказательстве первого признака равенства треугольников.

Теорема. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны _____

другого треугольника, то такие треугольники _____



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle HKP$, $AB = HK$, $AC = HP$, $\angle A =$ _____

Доказать: $\triangle ABC =$ _____

Доказательство.

1) По условию теоремы $\angle A = \angle H$, поэтому треугольник ABC можно наложить на _____ так, что вершина A совместится с вершиной H , а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи HK и _____

2) По условию $AB =$ _____, $AC =$ _____, следовательно, сторона AB совместится со стороной _____, а сторона AC — со стороной _____, в частности, совместятся точки B и _____, C и _____. Поэтому совместятся стороны _____

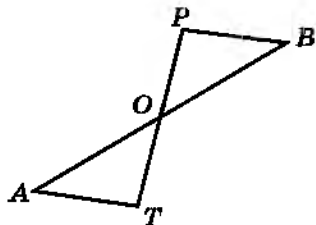
3) Итак, треугольники ABC и HKP полностью совместятся, значит, они _____. Теорема доказана.

На рисунке точка O — середина отрезков AB и PT . Докажите, что $\triangle AOT = \triangle BOP$.

Доказательство.

1) $AO =$ _____, $OT =$ _____, так как по условию задачи точка O — середина отрезков _____ и _____

2) $\angle AOT =$ _____, так как эти углы вертикальные.



3) Итак, $AO = OB$, $OT = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle AOT = \underline{\hspace{2cm}}$, следовательно, $\triangle AOT = \underline{\hspace{2cm}}$ (по двум сторонам и $\underline{\hspace{2cm}}$).

56

На рисунке к задаче 55 точка O — середина отрезка AB , $AT = BP$, $\angle OAT = \angle OBP$. Докажите, что точка O — середина отрезка PT .

Доказательство.

1) $AO = OB$, так как точка O — середина отрезка $\underline{\hspace{2cm}}$

2) $\triangle AOT = \underline{\hspace{2cm}}$, так как $AO = \underline{\hspace{2cm}}$, $AT = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle OAT = \underline{\hspace{2cm}}$ (по двум сторонам $\underline{\hspace{2cm}}$).

Поэтому $OT = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. точка O — середина $\underline{\hspace{2cm}}$

57

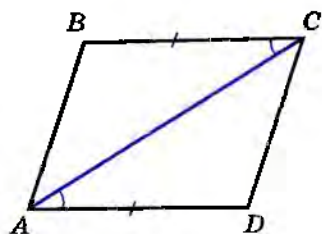
На рисунке $\angle CAD = \angle ACB$, $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ $= BC$. Докажите, что $AB = CD$.

Доказательство.

1) AC — общая сторона треугольников $\underline{\hspace{2cm}}$ и $\underline{\hspace{2cm}}$

2) $\triangle CAD = \underline{\hspace{2cm}}$ по двум сторонам и $\underline{\hspace{2cm}}$

(AC — общая сторона, $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ и $\angle CAD = \underline{\hspace{2cm}}$ по условию). Поэтому $AB = \underline{\hspace{2cm}}$



58

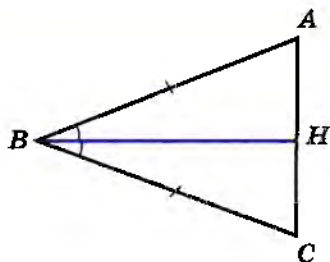
Дано: $AB = CB$, $\angle ABH = \angle CBH$ (см. рисунок).

Доказать: $AH = HC$.

Доказательство. $\triangle ABH = \underline{\hspace{2cm}}$ по двум $\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$ ($BH = \underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$). Поэтому $AH = \underline{\hspace{2cm}}$



Дано: $\angle AVH = \angle CVH$, $AB = CB$
(см. рисунок).

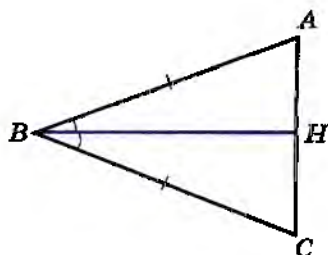
Доказать: $\angle AHB = 90^\circ$.

Доказательство.

1) $\triangle AVH = \underline{\hspace{2cm}}$ по двум

$\underline{\hspace{2cm}}$ (VH — общая сторона,
 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ и $\angle AVH = \underline{\hspace{2cm}}$
по условию).

2) Так как $\triangle AVH = \underline{\hspace{2cm}}$,
то $\angle AVH = \angle \underline{\hspace{2cm}}$. Но углы
 $\angle AVH$ и $\underline{\hspace{2cm}}$ смежные, поэтому
 $\angle AVH + \angle CVH = \underline{\hspace{2cm}}$, т. е.
 $2\angle AVH = \underline{\hspace{2cm}}$, следовательно,
 $\angle AVH = \underline{\hspace{2cm}}$



§ 2

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

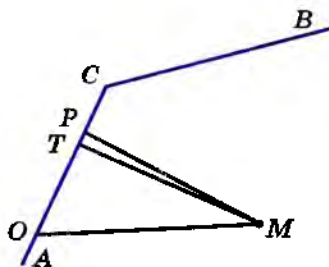
60

а) Выясните с помощью чертежного угольника, какой из отрезков MP , MT , MO , изображенных на рисунке, является перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой AC .

б) Проведите из точки M перпендикуляр к прямой BC .

Ответ.

а) Перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой AC , является отрезок $\underline{\hspace{2cm}}$



Через точку O , не лежащую на прямой BC , проведены прямые OM , OK и OA , пересекающие прямую BC . Какой из отрезков OM , OK , OA является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC , если:

- а) $OM \perp BC$ и $M \notin BC$;
- б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq 90^\circ$;
- в) $OA \perp BC$ и $A \in BC$?

Сделайте чертеж.

Решение.

а) По условию $OM \perp$ _____ и M _____ BC , поэтому отрезок OM _____ перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой _____

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq$ _____, следовательно, отрезок OK _____ перпендикуляром, проведенным _____

в) $OA \perp$ _____ и _____, поэтому отрезок OA _____

Ответ. Отрезок _____

Даны прямая a и три точки B , C , H , такие, что $B \notin a$, $C \notin a$, $H \in a$, $BC \perp a$.

Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BHC \neq 90^\circ$.

Доказательство.

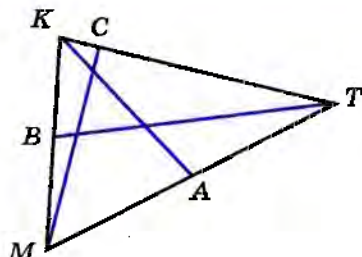
1) По условию $B \notin a$, BC _____, C _____, поэтому отрезок BC — перпендикуляр, проведенный из точки B к _____

2) Из точки B , не лежащей на прямой a , можно провести к этой прямой только _____ перпендикуляр, следовательно, $\angle BHC$ _____

С помощью чертежных инструментов найдите на рисунке:

- а) медиану;
- б) биссектрису;
- в) высоту

треугольника MKT .



Решение.

а) Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с _____ . Серединой стороны треугольника MKT является точка _____ , значит, отрезок _____ — медиана треугольника MKT .

б) Биссектрисой треугольника называется отрезок _____ угла треугольника, соединяющий вершину треугольника _____ стороны. Биссектрисой угла _____ треугольника MKT является луч _____ , поэтому отрезок _____ — биссектриса треугольника MKT .

в) Высотой треугольника называется _____ , проведенный из вершины треугольника к _____. Таким перпендикуляром на рисунке является отрезок _____ , поэтому отрезок _____ — высота треугольника MKT .

Ответ.

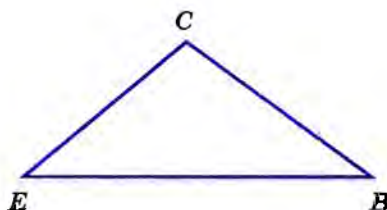
а) Медиана — отрезок _____

б) Биссектриса — отрезок _____

в) Высота — _____

На рисунке с помощью чертежных инструментов проведите:

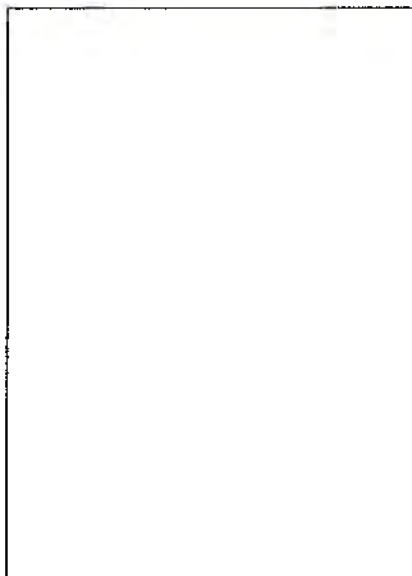
- а) медиану треугольника BCE из вершины E ;
- б) биссектрису треугольника из вершины C ;
- в) высоту треугольника из вершины B .



На стороне $KС$ треугольника $ВКС$ отмечена точка M так, что $\angle BMK = \angle BMC$. Сделайте чертеж. Докажите, что отрезок BM — высота треугольника $ВКС$.

Доказательство.

По условию $\angle BMK = \angle$ _____. Но эти углы смежные, следовательно, $\angle BMK = \angle$ _____ = 90° . Поэтому отрезок BM — перпендикуляр, проведенный из вершины B треугольника $ВКС$ к прямой, содержащей противоположную _____ треугольника, т. е. отрезок BM — _____ треугольника $ВКС$.



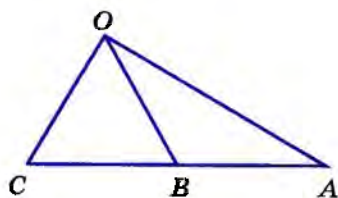
а) С помощью масштабной линейки выясните, какой треугольник на рисунке является равнобедренным и какой равносторонним.

б) Запишите, какие стороны равнобедренного треугольника являются боковыми, а какая сторона — основанием.

О т в е т .

а) Равнобедренным является треугольник _____, равносторонним — треугольник _____

б) В треугольнике _____ боковыми сторонами являются стороны _____, основанием — сторона _____



Является ли равнобедренным треугольник $НОТ$, если его периметр равен 47 см, $НО = 19$ см, $ОТ = 9$ см? Объясните ответ.

Решение. Треугольник называется равнобедренным, если

$P_{НОТ} = НО + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = 47$ см, откуда $НТ = \underline{\hspace{1cm}}$ см, т. е. $НТ \underline{\hspace{1cm}} НО$, поэтому треугольник $НОТ$ $\underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Определите вид треугольника ABC , если $AB + BC = AB + AC = BC + AC$.

Решение.

1) По условию $AB + BC = AB + \underline{\hspace{1cm}}$, значит, $BC = \underline{\hspace{1cm}}$

2) $AB + AC = BC + \underline{\hspace{1cm}}$, значит, $AB = \underline{\hspace{1cm}}$

3) Итак, $AB = \underline{\hspace{1cm}}$ и $BC = \underline{\hspace{1cm}}$, т. е. все стороны треугольника ABC $\underline{\hspace{2cm}}$. Следовательно, треугольник ABC $\underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Является ли треугольник равнобедренным, если его углы равны 35° , 45° и 100° ?

Решение. В равнобедренном треугольнике два угла $\underline{\hspace{2cm}}$. В данном треугольнике равных углов $\underline{\hspace{2cm}}$, поэтому он $\underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $\underline{\hspace{2cm}}$

Найдите биссектрису AM , проведенную к основанию BC равнобедренного треугольника ABC , если периметр треугольника ABC равен 32 см, а периметр треугольника ABM равен 24 см (сделайте чертеж).

Решение.

1) По условию треугольник ABC — _____, BC — его _____, поэтому $AB =$ _____

2) AM — биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию BC , значит, AM является и _____ треугольника ABC , т. е. $BM =$ _____

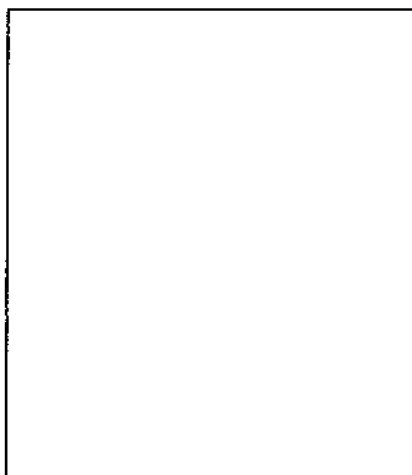
3) $P_{ABC} = AB + BC + \text{_____} = 2(AB + \text{_____}) = 32$ см. Отсюда $AB + BM =$ _____ см.

4) $P_{ABM} = AB + BM + \text{_____} = \text{_____} + AM$.

Итак, $16 + AM = \text{_____}$, следовательно, $AM =$ _____ см.

Ответ.

$AM =$ _____ см.



§ 3

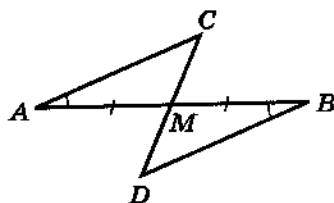
Второй и третий признаки равенства треугольников

71

На рисунке $AM = MB$, $\angle A = \angle B$, $CM = 5$ см.

Найдите DM .

Решение. $\triangle AMC =$ _____ по стороне и двум _____ ($\angle AMC =$ _____ как вертикальные углы, $AM =$ _____ и $\angle A =$ _____ по условию). Поэтому $DM =$ _____ = 5 см.



Ответ.

$DM =$ _____

Биссектриса BH треугольника ABC совпадает с его высотой. Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BAC = \angle BCA$.

Доказательство.

1) По условию BH — биссектриса треугольника ABC , т. е. $\angle ABH =$ _____; BH — высота треугольника ABC , т. е. $\angle AHB = \angle$ _____ $= 90^\circ$.

2) $\triangle ABH$ — $\triangle CBH$ по стороне и _____ (BH — общая сторона, $\angle ABH = \angle$ _____, $\angle AHB = \angle$ _____).
Отсюда следует, что $\angle BAH =$ _____, т. е. $\angle BAC = \angle$ _____

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO , $AB = MK$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

- а) по первому признаку равенства треугольников;
- б) по третьему признаку равенства треугольников?

О т в е т .

- а) _____
- б) _____

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO , $BC = KO$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

- а) по второму признаку равенства треугольников;
- б) по третьему признаку равенства треугольников?

О т в е т .

- а) _____
- б) _____

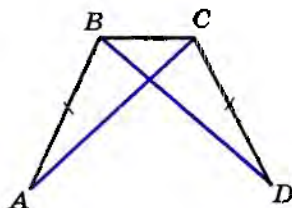
На рисунке $AB = CD$, $AC = BD$. Докажите, что $\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABD = \angle DCA$.

Доказательство.

1) $\triangle ABC$ ___ $\triangle DCB$ по _____ сторонам ($AB =$ ___, $AC =$ ___, BC — общая _____). Поэтому $\angle ACB$ ___ $\angle DBC$ и $\angle ABC = \angle$ ___

2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle$ ___, $\angle DCA = \angle DCB - \angle$ _____. Поэтому $\angle ABD$ ___ $\angle DCA$.

Итак, $\angle ACB =$ _____ и $\angle ABD =$ _____



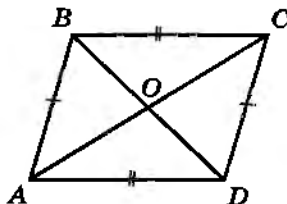
На рисунке $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что точка O — середина отрезков AC и BD .

Доказательство.

1) $\triangle ABD$ ___ $\triangle CDB$ по _____ сторонам ($AB =$ ___ и $AD =$ ___ по условию задачи, сторона ___ общая). Поэтому $\angle ABD = \angle$ ___

2) $\triangle ABC = \triangle CDA$ по трем сторонам (_____, _____). Поэтому $\angle BAC = \angle$ _____

3) $\triangle AOB$ ___ $\triangle COD$ по _____ углам ($AB =$ ___, $\angle ABO = \angle$ ___, $\angle BAO = \angle$ _____. Поэтому $AO =$ ___ и $BO =$ ___, т. е. точка O — _____ отрезков AC и BD .



77

а) Измерьте диаметр окружности с центром в точке B . Чему равен ее радиус?

б) Какие точки лежат на данной окружности и какие принадлежат дуге AMC ?

в) Как называется отрезок AM ?

г) Проведите хорду через точки H и B . Как называется такая хорда?

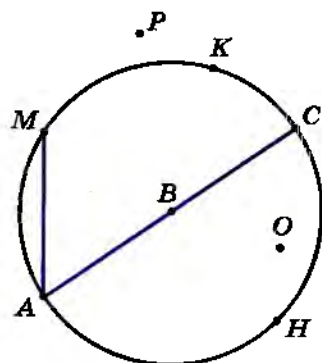
О т в е т .

а) Диаметр окружности равен ____ см, радиус ____ см.

б) На окружности лежат точки _____, на дуге AMC — точки _____

в) Отрезок AM называется _____

г) Самая большая хорда проходит через _____ окружности и называется _____



78

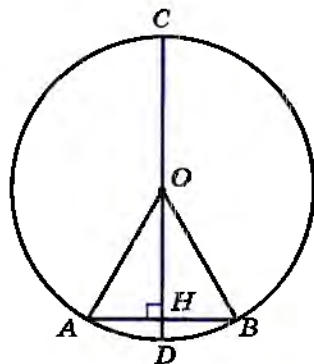
Докажите, что диаметр окружности, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду пополам.

До к а з а т е л ь с т в о .

1) $AO =$ ____ (радиусы окружности), следовательно, $\triangle AOB$ — _____

2) По условию $CD \perp AB$, т. е. $OH \perp$ ____, значит, OH — _____ треугольника AOB .

3) Итак, $\triangle AOB$ — _____, OH — его _____, а поэтому и _____ (свойство равнобедренного треугольника), т. е. $AH =$ ____



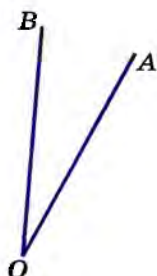
Постройте луч OC так, чтобы луч OA был биссектрисой угла BOC .

Решение.

1) Проведем окружность произвольного радиуса с центром O . Она пересечет лучи OA и OB в точках A_1 и B_1 .

2) Проведем окружность радиуса OA_1B_1 с центром A_1 . Она пересечет первую окружность в точках C и —

3) Проведем луч OC . Докажем, что луч OC искомым. Действительно, $\triangle OA_1B_1 =$ _____ по трем _____, поэтому $\angle AOB = \angle$ _____, т. е. луч OA — _____ угла BOC .



Отложите от данного луча AB угол, равный 45° .

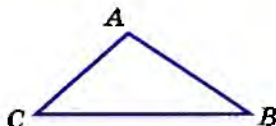
Решение.

1) Отложим от луча AB прямой угол BAC , для чего построим перпендикуляр AC , _____ к прямой AB .

2) Построим биссектрису AM угла _____. Угол BAM искомым, так как $\angle BAM = \frac{1}{2} \angle$ _____ $= \frac{1}{2} \angle$ _____ $= 45^\circ$.

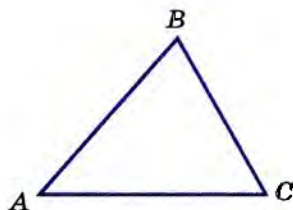


Постройте высоты AH и BK треугольника ABC .

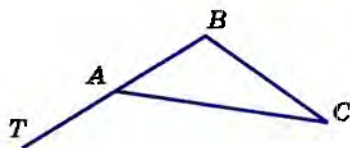


Постройте медиану BM данного треугольника ABC .

Решение. Построим середину стороны _____ — точку M . Проведем отрезок _____. Отрезок BM искомый, он является _____ треугольника ABC .



Постройте биссектрису AE треугольника ABC и биссектрису угла CAT , смежного с углом A треугольника.



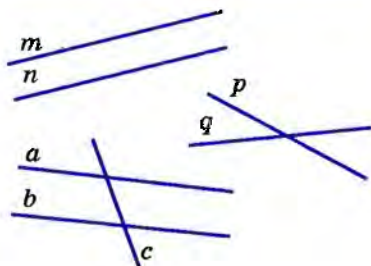
§ 1

Признаки параллельности
двух прямых

84

На рисунке прямые p и q , a и c , b и c пересекаются, прямые m и n , a и b не пересекаются. Какие из прямых на рисунке параллельны?

Ответ. _____

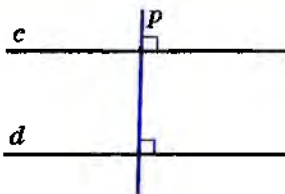


85

На рисунке $c \perp p$ и $d \perp p$. Параллельны ли прямые c и d ? Объясните ответ.

Ответ.

Да, так как две прямые, _____
_____ к третьей



86

На рисунках а и б прямые a и b , m и n параллельны. Используя знак параллельности $\parallel$, выпишите:

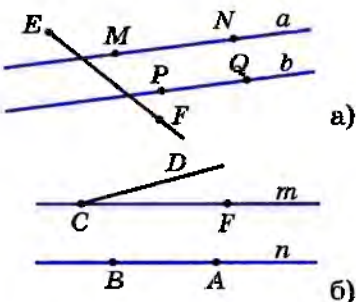
а) параллельные отрезки, изображенные на рисунке а;

б) параллельные лучи, изображенные на рисунке б.

Ответ.

а) _____

б) _____



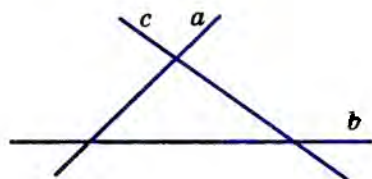
а)

б)

Какая прямая на рисунке является секущей по отношению к двум другим прямым?

О т в е т .

Прямая a — секущая по отношению к прямым b и c ; прямая b —



_____ ; прямая c — _____

На рисунке прямые m и n пересечены секущей p . Из восьми образовавшихся углов, обозначенных цифрами, выпишите все пары углов:

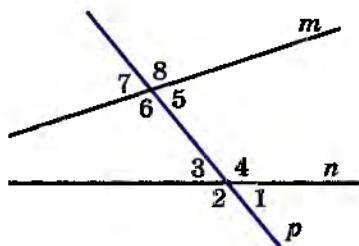
- накрест лежащих;
- односторонних;
- соответственных.

О т в е т .

а) $\angle 3$ и $\angle 5$; _____

б) _____

в) _____



На рисунке прямые AF и AM пересечены секущей DE в точках B и C . Назовите угол, который составляет с углом ABC пару углов:

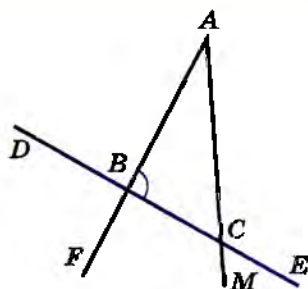
- односторонних;
- накрест лежащих;
- соответственных.

О т в е т .

а) _____

б) _____

в) _____



На рисунке $\angle 3 = \angle 5$. Докажите, что:

а) $\angle 4 = \angle 6$;

б) $\angle 1 = \angle 5$;

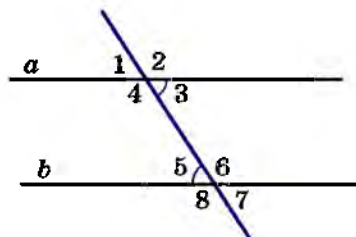
в) $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$.

Доказательство.

а) $\angle 4 = \angle 6$, так как эти углы смежные с равными углами 3 и 5;

б) $\angle 1 = \angle 5$, так как _____

в) $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$, так как _____



Теорема. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы _____, то прямые _____

Дано: прямые a и b и их секущая AB , углы 1 и 2 накрест лежащие, $\angle 1 = \angle 2$ (рисунок а).

Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство. Если углы 1 и 2 прямые, то $a \perp AB$, $b \perp AB$, поэтому $a \parallel b$. Рассмотрим случай, когда углы 1 и 2 не прямые. На рисунке б точка O — середина отрезка AB , $OH \perp a$, $BH_1 = AH$.

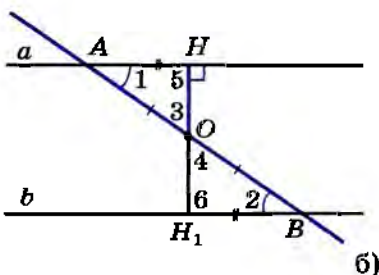
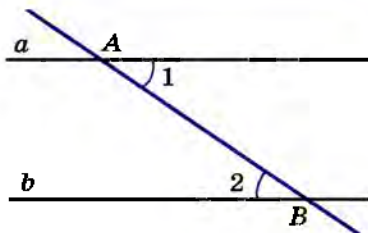
1) $\triangle OHA = \triangle OH_1B$ по _____

поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$.

2) Из равенства углов 3 и 4 следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH , т. е. точки H , O и H_1 лежат _____

3) Из равенства углов 5 и 6 следует, что $\angle 6 = ______$, т. е. $HH_1 \perp b$.

4) Итак, прямые a и b _____ к прямой _____, поэтому они _____. Теорема доказана.



На рисунке $\angle 1 = 47^\circ$, $\angle 2 = 133^\circ$.

Докажите, что $d \parallel e$.

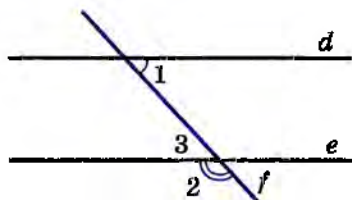
Доказательство.

1) $\angle 3 = 180^\circ - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$,

т. е. $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 — $\underline{\hspace{1cm}}$

$\underline{\hspace{1cm}}$, поэтому $d \parallel e$.



На рисунке $MN = NP$, $PF = FE$.

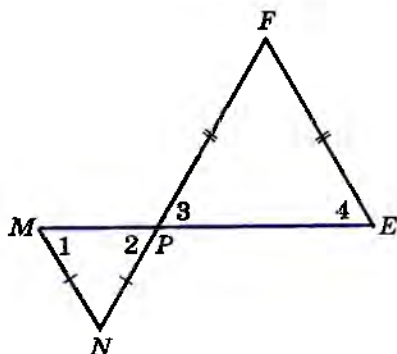
Докажите, что $MN \parallel FE$.

Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, так как в равнобедренном треугольнике $\underline{\hspace{1cm}}$

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы $\underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

3) Равные углы 1 и 4 — $\underline{\hspace{1cm}}$ при пересечении прямых MN и FE секущей $\underline{\hspace{1cm}}$, поэтому $MN \parallel FE$.



На рисунке $MN = PQ$, $MQ = PN$.

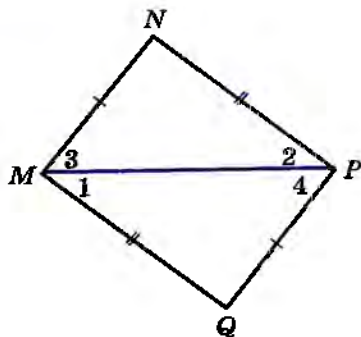
Докажите, что $MQ \parallel PN$, $MN \parallel PQ$.

Доказательство.

1) $\triangle MNP = \triangle PQM$ по $\underline{\hspace{1cm}}$, следовательно, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.

2) Равные углы 1 и 2 — $\underline{\hspace{1cm}}$ при пересечении прямых $\underline{\hspace{1cm}}$ секущей $\underline{\hspace{1cm}}$, поэтому $MQ \parallel PN$.

3) Равные углы 3 и 4 — $\underline{\hspace{1cm}}$, поэтому $MN \parallel PQ$.



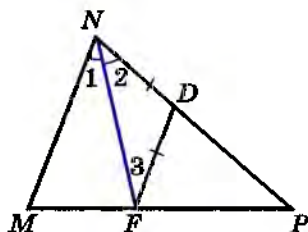
На рисунке $\angle 1 = \angle 2$, $DN = DF$.

Докажите, что $MN \parallel DF$.

Доказательство.

1) $\triangle DFN$ — _____, поэтому $\angle ______ = \angle ______$, а так как $\angle 2 = \angle ______$ по условию, то $\angle 3 = \angle 1$.

2) Равные углы 1 и 3 — _____ при пересечении прямых _____ секущей _____, поэтому $MN \parallel ______$



Теорема. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы _____, то прямые _____

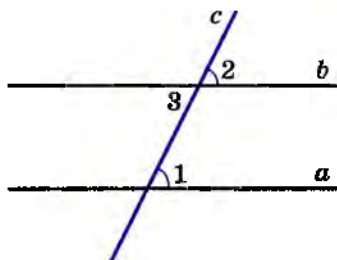
Дано: прямые a и b и их секущая c , углы 1 и 2 соответственные, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$ по _____, $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы _____, следовательно, $\angle 1 = \angle 3$.

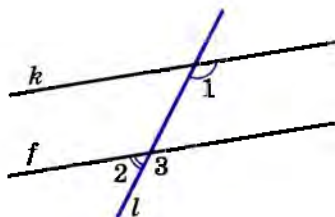
2) Равные углы 1 и 3 — _____, поэтому $a \parallel b$. Теорема доказана.



На рисунке $\angle 1 = 125^\circ$, $\angle 2 = 55^\circ$.

Докажите, что $k \parallel f$.

Доказательство.

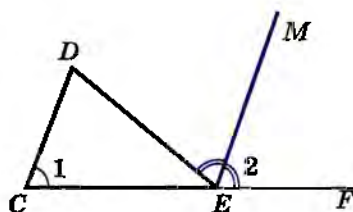


На рисунке $\angle 1 = 70^\circ$, $\angle DEF = 140^\circ$,
луч EM — биссектриса угла DEF .
Докажите, что $CD \parallel EM$.

Доказательство.

1) $\angle 2 = 70^\circ$, так как _____

2) $\angle 1 = \angle 2 = 70^\circ$, а эти углы —
_____ при пере-
сечении прямых _____ и _____ се-
кущей _____, поэтому $CD \parallel EM$.



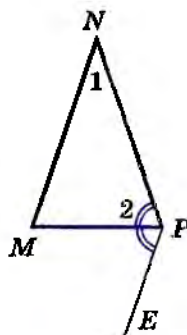
99

На рисунке $\angle 1 = 38^\circ$, $\angle 2 = 71^\circ$,
луч PM — биссектриса угла EPN .
Докажите, что $PE \parallel MN$.

Доказательство.

1) $\angle EPN = 2 \cdot \angle 2 = 142^\circ$, так как _____

2) $\angle EPN + \angle 1 = ______ + ______ =$
 $= ______$, т. е. сумма односторонних
углов EPN и 1, образованных при
пересечении прямых _____ и _____
секущей _____, равна _____. По-
этому $PE \parallel MN$.



100

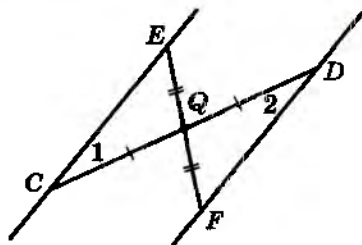
На рисунке точка Q — середина
отрезков CD и EF . Докажите, что
 $EC \parallel DF$.

Доказательство.

1) $\triangle CEQ = \triangle DFQ$ по _____

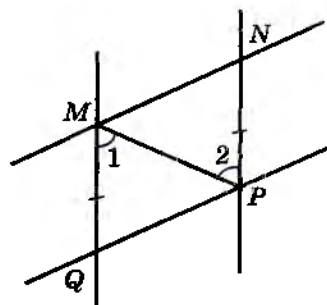
следовательно, углы 1 и _____ равны.

2) Равные углы _____ и _____ — _____
_____, поэтому $EC \parallel DF$.



На рисунке $MQ = NP$, $\angle 1 = \angle 2$.
Докажите, что $MN \parallel PQ$.

Доказательство.



На рисунке $AB = DE$, $BC = EF$,
 $AD = CF$.

Докажите, что $AB \parallel DE$.

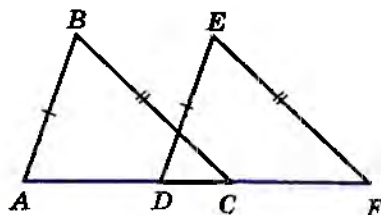
Доказательство.

1) $AC = DF$, так как _____

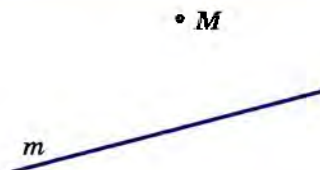
2) $\triangle ABC = \triangle DEF$ по _____

, следовательно, $\angle BAC = \angle EDF$, а эти углы _____

_____, поэтому $AB \parallel DE$.

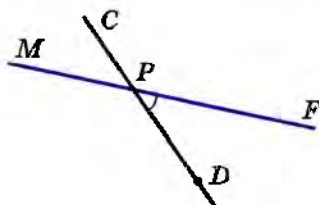


С помощью чертежного угольника и линейки проведите через точку M прямую, параллельную данной прямой m .



С помощью циркуля и линейки постройте прямую DE , параллельную данной прямой MF .

Указание. Постройте угол PDE , равный углу FPD , так, чтобы углы PDE и FPD были накрест лежащими при пересечении прямых MF и DE секущей CD .



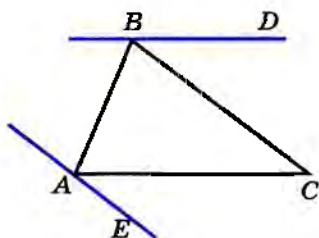
§ 2

Аксиома параллельных прямых

105

На рисунке $BD \parallel AC$, прямые AE и AC не совпадают. Докажите, что прямая AE пересекает прямую BD .

Доказательство. Прямые AC и BD параллельны по условию, прямая AE _____ прямую AC , поэтому, согласно следствию 1° из аксиомы параллельных прямых, прямая AE _____ и прямую BD .

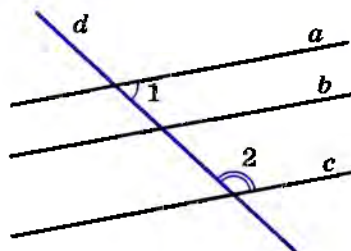


106

Прямые a , b и c пересечены секущей d ; $a \parallel b$, $\angle 1 = 54^\circ$, $\angle 2 = 126^\circ$. Докажите, что $b \parallel c$.

Доказательство.

1) $a \parallel c$, так как $\angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$, а углы 1 и 2 _____ при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____



2) Итак, $a \parallel c$ и $a \parallel b$ (по _____), поэтому, согласно следствию 2^о из аксиомы параллельных прямых, прямые — и — параллельны.

107

На рисунке $\angle 3 = \angle 4 = 138^\circ$, $\angle 5 = 42^\circ$. Какие из прямых m , n и p являются параллельными?

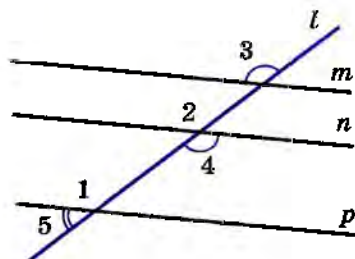
Решение.

1) $\angle 2 = \angle 4$, так как эти углы _____, $\angle 3 = \angle 4$ по _____, поэтому $\angle 2 = \angle$ _____.
Равные углы 2 и 3 — _____ при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____, поэтому $m \parallel n$.

2) Углы 1 и 5 _____, поэтому $\angle 1 = 180^\circ - \angle$ ____ = _____, а так как $\angle 3 =$ _____ по условию, то $\angle 1 = \angle 3$.
Равные углы 1 и 3 — _____ при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____, поэтому $m \parallel p$.

3) $m \parallel n$ и $m \parallel p$, поэтому, согласно следствию 2^о из аксиомы параллельных прямых, $n \parallel p$.

Ответ.



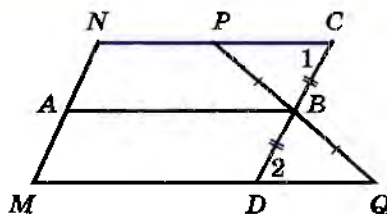
108

На рисунке $AB \parallel NC$, точка B — середина отрезков DC и PQ .

Докажите, что $AB \parallel MQ$.

Доказательство.

1) $\triangle BCP = \triangle BDQ$ по _____



2) Из равенства треугольников BCP и BDQ следует равенство углов 1 и 2, а эти углы — _____ при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____, поэтому прямые NC и _____ параллельны.

3) Итак, $AB \parallel NC$, $NC \parallel$ _____, следовательно, $AB \parallel MQ$.

Теорема. Если две _____
_____ прямые пересекаются
секущей, то накрест лежащие
углы _____

Дано: $a \parallel b$, MN — секущая, углы 1 и 2 накрест лежащие.

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.

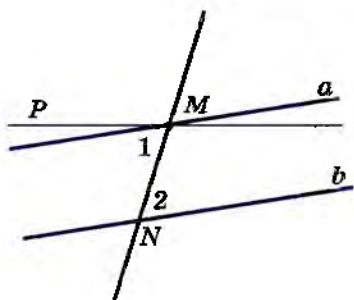
Доказательство.

Допустим, что $\angle 1 \neq \angle 2$.

1) Построим угол NMP , равный углу 2, как показано на рисунке. Так как $\angle 1 \neq \angle 2$, то прямые MP и a не совпадают. Равные углы NMP и 2 — _____ при пересечении прямых MP и b секущей MN , поэтому _____ $\parallel b$.

2) Мы получили, что через точку M проходят две прямые: a и _____, параллельные прямой b . Но это противоречит _____

Значит, наше допущение _____ и $\angle 1 = \angle 2$. Теорема доказана.



110

На рисунке $a \parallel b$, c — секущая, $\angle 4 + \angle 6 = 78^\circ$. Найдите все углы, обозначенные цифрами.

Решение.

1) По условию $\angle 4 + \angle 6 = 78^\circ$, а эти углы _____

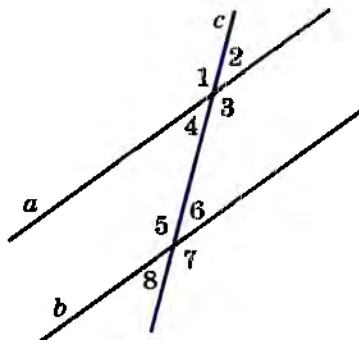
_____, поэтому $\angle 4 = \angle 6 =$ _____

2) $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 8 = \angle 6$, так как эти углы _____, поэтому $\angle 2 =$ _____ и $\angle 8 =$ _____

3) $\angle 3 =$ _____ $-\angle 4 =$ _____, $\angle 5 =$ _____ $-\angle 6 =$ _____, так как $\angle 3$ и $\angle 4$, $\angle 5$ и $\angle 6$ — _____

4) $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 7 = \angle 5$, так как эти углы _____

Ответ.



На рисунке $m \parallel n$, p — секущая, угол 1 в три раза больше угла 2. Найдите $\angle 3$.

Решение.

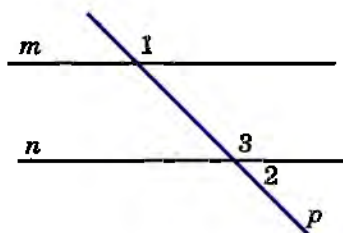
1) $\angle 3 = \angle 1$, так как эти углы

_____, следовательно, угол 3 в три раза больше угла 2.

2) Углы 2 и 3 — _____, поэтому их сумма равна _____, т. е. $\angle 2 + 3 \cdot \angle 2 =$ _____, откуда $\angle 2 =$ _____, а $\angle 3 =$ _____

Ответ.

$\angle 3 =$ _____



На рисунке $MN \parallel PQ$, AB — секущая, угол 1 на 110° больше угла 2. Найдите $\angle 3$.

Решение.

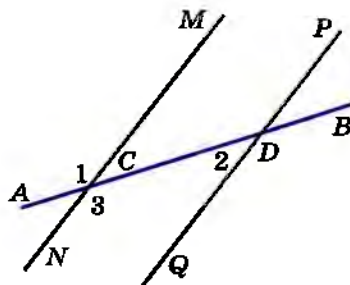
1) $\angle 1 = \angle 3$, так как _____, поэтому угол 3 на 110° больше угла 2, т. е. $\angle 3 = \angle 2 +$ _____

2) $\angle 3$ и $\angle 2$ — _____ при пересечении _____ прямых MN и PQ секущей AB , а потому $\angle 3 + \angle 2 =$ _____

3) Итак, $\angle 2 + 110^\circ + \angle 2 =$ _____, откуда $\angle 2 =$ _____, следовательно, $\angle 3 = \angle 2 +$ _____ = _____

Ответ.

$\angle 3 =$ _____



На рисунке треугольник MNP прямоугольный, $\angle N = 90^\circ$, $PF \parallel MN$, $\angle MPF = 42^\circ$.

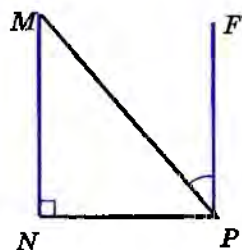
Найдите $\angle MPN$ и $\angle M$.

Решение.

1) $PN \perp PF$, так как прямая PN , перпендикулярная к одной из параллельных прямых MN и PF , перпендикулярна и к другой, поэтому $\angle FPN = \underline{\hspace{2cm}}$

2) $\angle MPN = \angle FPN - \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\angle M \underline{\hspace{2cm}} \angle MPF = 42^\circ$, так как



Ответ.

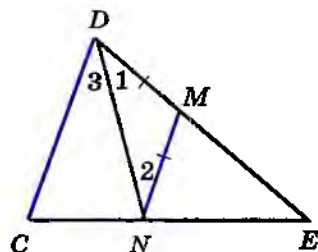
$\angle MPN = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle M = \underline{\hspace{2cm}}$

На рисунке $MN \parallel CD$, $MN = MD$. Докажите, что DN — биссектриса угла D .

Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$, так как $\underline{\hspace{2cm}}$

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы

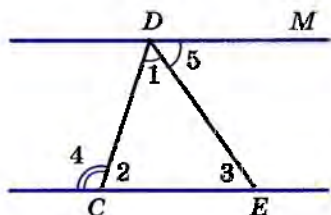


3) Итак, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle 3$, поэтому $\angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$, т. е. луч DN — биссектриса угла D .

На рисунке $DM \parallel CE$, луч DE — биссектриса угла CDM , $\angle 4 = 108^\circ$.
Найдите углы треугольника CDE .

Решение.

1) $\angle CDM = \angle 4 = 108^\circ$, так как



2) $\angle 1 = \angle 5 = 54^\circ$, так как

3) $\angle 3 = \angle 5 = 54^\circ$, так как

4) $\angle 2 = 180^\circ - \angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}$, так как

Ответ. $\angle C = \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle D = \underline{\hspace{1cm}}$,
 $\angle E = \underline{\hspace{1cm}}$

Соотношения между сторонами и углами треугольника

§ 1

Сумма углов треугольника

116

В равнобедренном треугольнике MNP с основанием MP $\angle M = 43^\circ$. Найдите углы N и P .

Решение.

1) $\angle P = \angle$ _____, поэтому $\angle P =$ _____

2) $\angle M + \angle P + \angle N =$ _____ по теореме о _____, поэтому $\angle N =$ _____ - _____ = _____

Ответ.

$\angle N =$ _____, $\angle P =$ _____

117

На рисунке треугольник ABC равнобедренный с основанием AC , $\angle DAC = 117^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .

Решение.

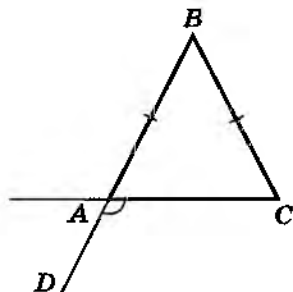
1) $\angle DAC$ и $\angle BAC$ — _____ углы, поэтому $\angle BAC =$ _____ - $\angle DAC =$ _____ - $117^\circ =$ _____

2) Треугольник ABC равнобедренный, поэтому $\angle C = \angle$ _____ = _____

3) Так как $\angle B + \angle A + \angle C =$ _____ (по теореме о _____), то $\angle B =$ _____ - _____ = _____

Ответ.

$\angle A = \angle C =$ _____, $\angle B =$ _____



В треугольнике ABC угол C в два раза меньше угла A , а угол B в три раза больше угла C . Найдите углы треугольника.

Решение. Пусть $\angle C = x^\circ$, тогда $\angle A = 2x^\circ$, $\angle B = 3x^\circ$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ по теореме о $\underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $2x + 3x + x = \underline{\hspace{2cm}}$, $6x = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $\angle C = 30^\circ$.

2) $\angle A = 2x^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ.

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

В треугольнике ABC угол A на 25° больше угла C , а угол C в три раза меньше угла B . Найдите углы треугольника.

Решение. Пусть $\angle C = x^\circ$, тогда $\angle A = x^\circ + \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = 3x^\circ$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ по теореме о $\underline{\hspace{2cm}}$, т. е. $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $\angle C = 31^\circ$.

2) $\angle A = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = 3 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

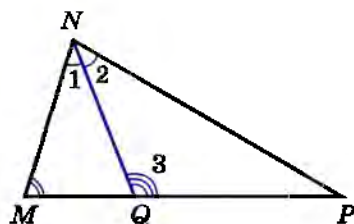
Ответ.

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$

В треугольнике MNP отрезок NQ — биссектриса, $\angle M = 74^\circ$, $\angle 3 = 112^\circ$. Найдите углы N и P треугольника MNP .

Решение.

1) Угол 3 — внешний угол при вершине Q треугольника MQN , поэтому $\angle 3 = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle 1$, откуда $\angle 1 = \angle 3 - \angle M = 112^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle N = \underline{\hspace{2cm}}$, так как NQ — $\underline{\hspace{2cm}}$



2) $\angle P = 180^\circ - (\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ.

$\angle N = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle P = \underline{\hspace{2cm}}$

Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них равен 72° .

Решение. Рассмотрим два случая.

1) Пусть угол A при основании AC равнобедренного треугольника ABC равен 72° , тогда $\angle C = \angle ______ = ______$. Согласно теореме о $______$ $\angle B = ______ - 2 \cdot ______ = ______$

2) Пусть угол B , противолежащий основанию AC равнобедренного треугольника ABC , равен 72° , тогда $\angle A + \angle C = ______ - 72^\circ = ______$, а так как $\angle A$ и $\angle C$ — $______$ углы, то $\angle A = \angle C = ______ : 2 = ______$

Ответ.

$______, ______, ______$ или $______, ______, ______$

Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке O , $\angle A = 78^\circ$, $\angle B = 38^\circ$. Найдите угол AOE .

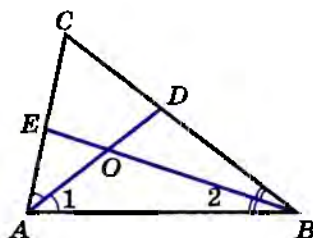
Решение.

1) $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2}(______ + ______) = ______$

2) $\angle AOE$ — $______$ угол треугольника AOB , поэтому $\angle AOE = ______ = \angle ______ + \angle ______ = ______$

Ответ.

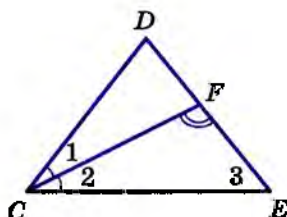
$\angle AOE = ______$



На рисунке CF — биссектриса равнобедренного треугольника CDE с основанием CE , $\angle CFE = 102^\circ$. Найдите углы треугольника CDE .

Решение.

1) Пусть $\angle 1 = x^\circ$, тогда $\angle 3 = 2x^\circ$, так как $______$



2) $\angle 2 + \angle 3 + \angle CFE = \underline{\hspace{2cm}}$ по $\underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $x + 2x + 102^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $3x = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$. Таким образом, $\angle C = \angle E = 2x^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\angle D = 180^\circ - (\angle \underline{\hspace{1cm}} + \angle \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

О т в е т .

$\angle C = \angle E = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$

124

На рисунке биссектрисы ME и PF треугольника MNP пересекаются в точке O , $\angle POE = 52^\circ$.

Найдите $\angle N$.

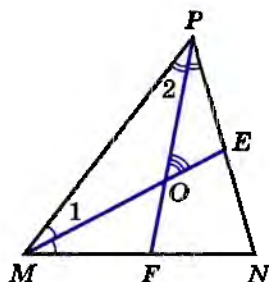
Р е ш е н и е .

1) $\angle POE$ — $\underline{\hspace{2cm}}$ угол треугольника MOP , поэтому $\angle POE = \angle \underline{\hspace{1cm}} + \angle \underline{\hspace{1cm}}$, т. е. $\angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

2) $\angle N = 180^\circ - (\angle M + \angle P) = 180^\circ - 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

О т в е т .

$\angle N = \underline{\hspace{2cm}}$



125

Могут ли два внешних угла треугольника при разных его вершинах быть:

- а) острыми;
- б) прямыми?

Объясните ответ.

О т в е т .

а) Нет, так как тогда треугольник имел бы два тупых угла, а это невозможно.

б) Нет, так как тогда треугольник $\underline{\hspace{2cm}}$

Могут ли углы при основании равнобедренного треугольника быть прямыми или тупыми? Объясните ответ.

О т в е т .

Нет, так как в треугольнике только один угол может быть _____ или _____

Может ли угол при основании равнобедренного треугольника быть равным 93° ?

О т в е т .

Нет, так как углы при основании равнобедренного треугольника _____

Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен 98° .

Р е ш е н и е . Угол при основании равнобедренного треугольника _____ равным 98° , так как углы при основании равнобедренного треугольника острые. Пусть ABC — равнобедренный треугольник с основанием AC и углом при вершине B , равным 98° , тогда $\angle A + \angle C = ______ - \angle B = ______ - 98^\circ = ______$, а так как углы A и C _____, то $\angle A = \angle C = ______$

О т в е т .

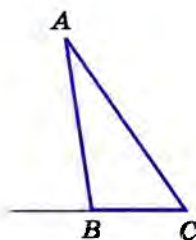
98° , _____, _____

Проведите высоту AH треугольника ABC и укажите катеты и гипотенузу в треугольниках ABH и ACH .

О т в е т .

В треугольнике ABH _____ и _____ — катеты, _____ — гипотенуза.

В треугольнике ACH _____



130

а) В треугольнике MNP выполняется следующее соотношение: $MN < NP < PM$. Может ли угол M этого треугольника быть прямым?

б) В треугольнике CDE выполняется следующее соотношение: $CE < DC = DE$. Может ли угол D этого треугольника быть тупым?

Решение.

а) Предположим, что в треугольнике MNP угол M прямой. Тогда гипотенуза NP прямоугольного треугольника MNP будет больше катета PM , что противоречит условию $NP < PM$.

Значит, предположение неверно, и $\angle M \neq 90^\circ$.

б) _____

Ответ.

а) _____

б) _____

131

Докажите, что в тупоугольном треугольнике сторона, лежащая против тупого угла, больше каждой из двух других сторон.

Доказательство. Пусть в треугольнике ABC угол B тупой, тогда углы A и C острые, поэтому $\angle B > \angle A$, $\angle B > \angle C$.

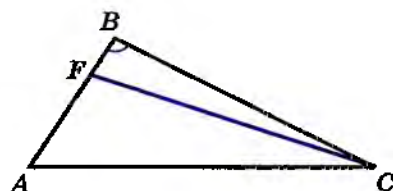
Следовательно, $AC > BC$ и $AC > AB$, так как в треугольнике против большего угла _____

На рисунке угол B тупой, точка F лежит на стороне AB . Докажите, что $AC > FC$.

Доказательство.

1) Угол AFC — внешний угол треугольника _____, поэтому $\angle AFC = \angle B + \angle BFC$, т. е. $\angle AFC$ _____ $\angle B$, а так как угол B тупой по условию, то и угол AFC _____.

2) В треугольнике AFC угол AFC тупой, поэтому $\angle AFC$ _____ $\angle A$ и, следовательно, AC _____ FC , так как в треугольнике против большего угла _____.



На рисунке $MN = NP$, точка Q лежит на стороне MP . Докажите, что $NQ < MN$.

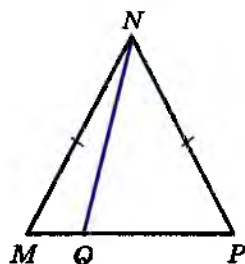
Доказательство.

1) $\angle M$ _____ $\angle P$ как углы при основании равнобедренного треугольника _____.

2) Угол NQP — внешний угол треугольника _____, поэтому $\angle NQP = \angle M + \angle MNQ$, т. е. $\angle NQP$ _____ $\angle M$, а значит, $\angle NQP$ _____ $\angle P$.

3) В треугольнике NPQ $\angle P$ _____ $\angle NQP$, поэтому NQ _____ NP .

Итак, NQ _____ NP , следовательно, NQ _____ MN .



AD — биссектриса треугольника ABC , $\angle B > \angle C$. Докажите, что $DC > DB$.

Доказательство.

В треугольнике ABC $AC > AB$, так как _____. Поэтому, если на луче AC отложить отрезок AE , равный отрезку AB , то точка E будет лежать на отрезке AC (см. рисунок).

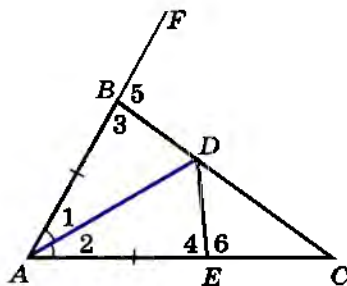
1) $\triangle ABD = \triangle AED$ по _____

_____, следовательно, $DB = DE$ и $\angle 3 = \angle 4$.

2) $\angle 5 = \angle 6$, так как эти углы — смежные с равными углами 3 и 4.

3) $\angle 5 > \angle C$, так как угол 5 — внешний угол треугольника _____, следовательно, $\angle 6 > \angle C$.

4) В треугольнике DCE $\angle 6 > \angle C$, поэтому $DC > DE$, а так как $DE = DB$, то $DC > DB$.



135

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 15 см, а другая — 7 см. Какая из них является основанием?

Решение. Если предположить, что основание равно 15 см, то сумма двух боковых сторон будет равна ____ см, т. е. сумма двух сторон будет _____ третьей стороны треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

Ответ.

Основанием является сторона, равная _____

136

Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две его стороны равны 10 см и 20 см.

Решение. _____

Ответ.

Третья сторона треугольника равна _____

Существует ли треугольник со сторонами:

а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм?

Р е ш е н и е .

а) Если предположить, что треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 7 см существует, то сумма двух его сторон (3 см + 4 см) будет равна третьей стороне (7 см), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

б) _____

О т в е т . а) _____ ; б) _____



Прямоугольные треугольники

138

Один из острых углов прямоугольного треугольника на 24° больше другого. Найдите острые углы треугольника.

Р е ш е н и е . Пусть углы A и B — острые углы прямоугольного треугольника ABC , тогда $\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$.

Предположим, что угол A на 24° больше угла B . Тогда $\angle A = \angle \underline{\hspace{1cm}} + 24^\circ$, $\angle A + \angle B = (\angle \underline{\hspace{1cm}} + 24^\circ) + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $\angle B = \frac{1}{2}(\underline{\hspace{1cm}} - 24^\circ) = \underline{\hspace{1cm}}$, а $\angle A = \underline{\hspace{1cm}}$

О т в е т . _____ , _____

139

Один из острых углов прямоугольного треугольника в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

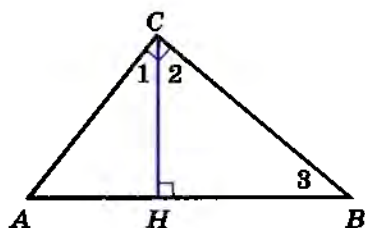
Р е ш е н и е . _____

О т в е т . _____ , _____

На рисунке треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом C , CH — высота, $\angle A = 52^\circ$. Найдите $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

Решение.

1) Треугольник ACH прямоугольный с прямым углом _____, так как CH — _____ треугольника ABC , поэтому $\angle 1 + \angle A =$ _____, откуда $\angle 1 =$ _____ $-\angle A =$ _____ $- 52^\circ =$ _____



2) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, так как _____, поэтому $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 =$ _____

3) $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, так как _____, поэтому $\angle 3 = 90^\circ - \angle 2 =$ _____

Ответ.

$\angle 1 =$ _____, $\angle 2 =$ _____, $\angle 3 =$ _____

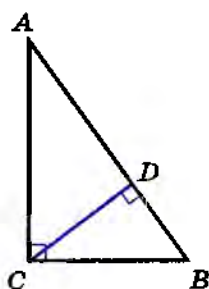
На рисунке CD — высота прямоугольного треугольника ABC , проведенная к гипотенузе. Докажите, что $\angle A = \angle BCD$.

Доказательство.

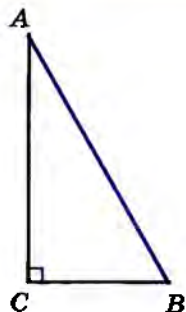
1) $\angle A + \angle B =$ _____, так как _____

2) Углы BCD и B — острые углы прямоугольного треугольника _____, поэтому $\angle BCD + \angle B =$ _____

3) Из 1) и 2) следует, что $\angle A =$ _____ $= \angle$ _____



В прямоугольном треугольнике ABC , изображенном на рисунке, угол A в два раза меньше угла B , а гипотенуза AB равна 18 см. Найдите катет BC .



Решение.

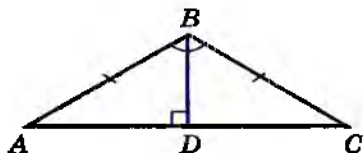
1) Углы A и B — острые углы прямоугольного треугольника ABC , поэтому $\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

2) По условию $\angle B = 2 \cdot \angle A$, поэтому $\angle A + 2 \cdot \angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, откуда $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$

3) Так как в прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$, то катет BC , лежащий против этого угла, равен $\underline{\hspace{2cm}}$ гипотенузы AB , т. е. $BC = \underline{\hspace{2cm}}$

Ответ. $BC = \underline{\hspace{2cm}}$

На рисунке в равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 120° , а высота, проведенная из вершины B , равна 13 см. Найдите боковую сторону треугольника ABC .



Решение.

1) В равнобедренном треугольнике ABC углы при основании $\underline{\hspace{2cm}}$, поэтому $\angle A = \angle \underline{\hspace{1cm}} = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) Так как в прямоугольном треугольнике ABD угол A равен $\underline{\hspace{2cm}}$, то катет $\underline{\hspace{2cm}}$ равен $\underline{\hspace{2cm}}$ гипотенузы AB , откуда $AB = 2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ см.

Ответ. $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ см.

На рисунке CD — высота прямоугольного треугольника ABC , $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $BD = 8$ см. Найдите AD .

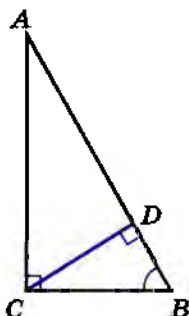
Решение.

1) В прямоугольном треугольнике BCD $\angle B = 60^\circ$, поэтому $\angle BCD =$ _____ и, следовательно, $BC =$ $2 \cdot$ _____ $=$ _____ см.

2) В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A =$ _____, поэтому $AB =$ $2 \cdot$ _____ $=$ _____ см.

3) $AD = AB - BD =$ _____ $-$ _____ $=$ _____ (см).

Ответ. $AD =$ _____ см.



145

В прямоугольном треугольнике MNP $\angle N = 90^\circ$, $\angle P = 60^\circ$, $MP + PN = 27$ см. Найдите MP и PN .

Решение.

1) $\angle M + \angle P =$ _____, откуда $\angle M =$ _____, и поэтому $MP =$ $2 \cdot$ _____

2) По условию $MP + PN = 27$ см, следовательно, $2 \cdot$ _____ $+$ $PN = 27$ см, откуда $PN =$ _____ см, $MP =$ _____ см.

Ответ. $MP =$ _____ см, $PN =$ _____ см.

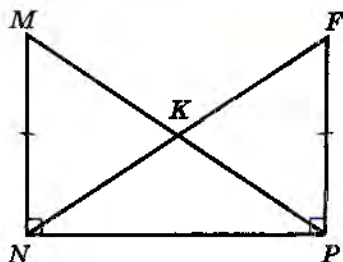
146

Гипотенузы MP и NF прямоугольных треугольников MNP и FPN пересекаются в точке K , $MN = FP$. Докажите, что:

а) треугольник NKP равнобедренный;

б) $\triangle MNK = \triangle FPK$.

Доказательство.



1) $\triangle MNP = \triangle FPN$ по двум _____ ($MN = FP$ по условию, NP — _____ катет), следовательно, $\angle MPN = \angle$ _____

2) В треугольнике NKP два угла равны: $\angle$ _____ $= \angle$ _____, поэтому треугольник NKP _____

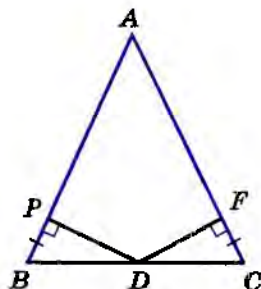
3) _____

На рисунке $AB = AC$, $DP \perp AB$, $DF \perp AC$, $BP = CF$. Докажите, что точка D — середина стороны BC .

Доказательство.

1) Треугольник ABC равнобедренный с основанием BC , поэтому $\angle ______ = \angle ______$

2) Прямоугольные треугольники BPD и CFD _____ по катету ($BP = CF$ по условию) и прилежащему острому углу ($\angle B = \angle ______$). Следовательно, $BD = ______$ и, значит, точка D — _____ стороны BC .

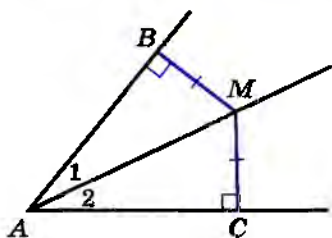


На рисунке $MB \perp AB$, $MC \perp AC$, $MB = MC$. Докажите, что луч AM — биссектриса угла A .

Доказательство.

$\triangle ABM = \triangle ACM$ по _____

Из равенства этих треугольников следует, что $\angle 1 = \angle ______$, т. е. луч AM — _____ угла A .

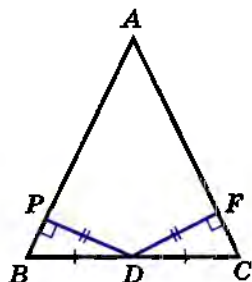


На рисунке точка D — середина стороны BC треугольника ABC , $DP \perp AB$, $DF \perp AC$, $DP = DF$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

Доказательство.

$\triangle BPD = \triangle CFD$ по _____

_____, следовательно, $\angle B = \angle ______$, и поэтому треугольник ABC _____



150

В треугольнике ABC выполняются условия: $AB = BC = 20$ см, $\angle ABC = 120^\circ$.

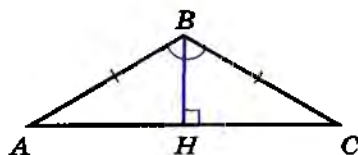
Найдите расстояние от вершины B до прямой AC .

Решение. Пусть $BH \perp AC$ (см. рисунок), тогда длина перпендикуляра BH — расстояние от точки B до прямой AC . В прямоугольном треугольнике BHC $\angle C = 30^\circ$, так как _____

_____. Следовательно,
 $BH = \frac{1}{2} BC =$ _____

Ответ.

$BH =$ _____

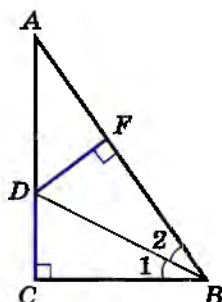


151

На рисунке BD — биссектриса прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C . Докажите, что точка D равноудалена от прямых BC и AB .

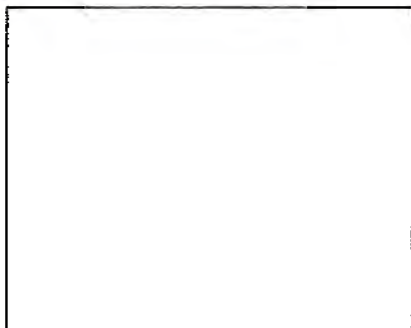
Доказательство. Проведем из точки D перпендикуляр DF к стороне AB (см. рисунок). Прямоугольные треугольники BCD и BFD равны по _____

_____. Отсюда следует, что $DC =$ _____, т. е. расстояния от точки D до прямых BC и AB равны.



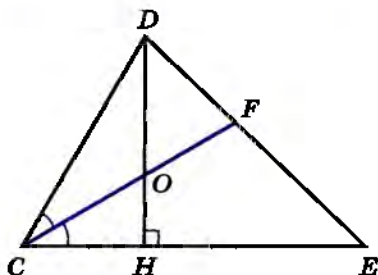
Докажите, что в равнобедренном треугольнике середина основания равноудалена от боковых сторон (сделайте чертеж).

Доказательство. _____



На рисунке CF — биссектриса треугольника CDE , DH — высота, $\angle C = 60^\circ$, $CO = 12$ см. Найдите расстояния от точки O до прямых CE и CD .

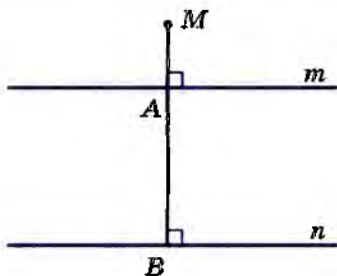
Решение. _____



Ответ. _____

На рисунке $m \parallel n$. Расстояние от точки M до прямой m равно 3,8 см, а до прямой n — 12,2 см. Найдите расстояние между прямыми m и n .

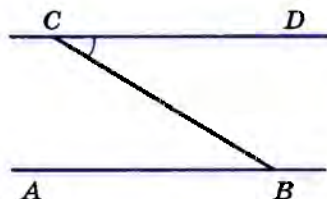
Решение. _____



Ответ. _____

На рисунке $AB \parallel CD$, $CB = 24$ см, $\angle BCD = 30^\circ$. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение. _____



Ответ. _____

Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла. (Задача 286 учебника.)

Решение. Даны отрезки P_1Q_1 , P_2Q_2 и угол hk (рисунок а).

Требуется построить треугольник ABC , у которого одна из сторон, например AC , равна данному отрезку P_1Q_1 , угол A равен данному углу hk , а биссектриса AD этого треугольника равна данному отрезку P_2Q_2 .

Построение (рисунок б).

1) Построим угол XAY , равный данному углу hk .

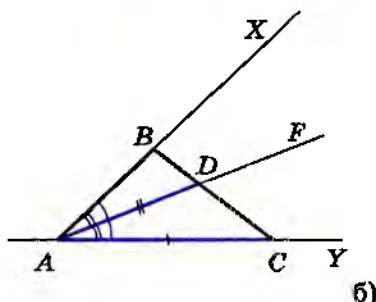
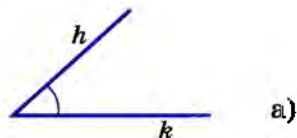
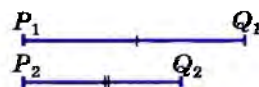
2) На луче AY отложим отрезок AC , равный данному отрезку P_1Q_1 .

3) Построим биссектрису AF угла XAY .

4) На луче AF отложим отрезок AD , равный данному отрезку P_2Q_2 .

5) Искомая вершина B — точка пересечения луча AX с прямой CD .

Построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи: $AC = P_1Q_1$, $\angle A = \angle hk$, $AD = P_2Q_2$, где AD — биссектриса треугольника ABC .



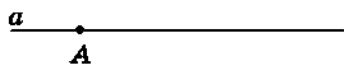
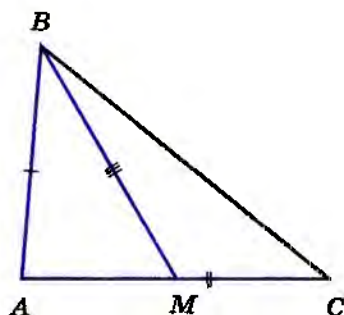
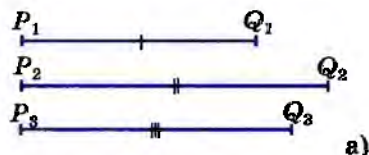
Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из этих сторон.

Решение. Даны отрезки P_1Q_1 , P_2Q_2 , P_3Q_3 (рисунок а). Требуется построить треугольник ABC , у которого одна из сторон, например AB , равна данному отрезку P_1Q_1 , еще одна сторона, например AC , равна данному отрезку P_2Q_2 , а медиана, проведенная к одной из этих сторон, например BM , равна данному отрезку P_3Q_3 (рисунок б).

Построение.

1) Проведем прямую a и отметим на ней точку A (рисунок в).

2) _____



ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Начальные геометрические сведения

§1. Прямая и отрезок	3
§2. Луч и угол	5
§3. Сравнение отрезков и углов	8
§4. Измерение отрезков	11
§5. Измерение углов	14
§6. Перпендикулярные прямые	16

Глава II. Треугольники

§1. Первый признак равенства треугольников	20
§2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	24
§3. Второй и третий признаки равенства треугольников	29
§4. Задачи на построение	32

Глава III. Параллельные прямые

§1. Признаки параллельности двух прямых	35
§2. Аксиома параллельных прямых	42

Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника

§1. Сумма углов треугольника	48
§2. Соотношения между сторонами и углами треугольника	53
§3. Прямоугольные треугольники	56
§4. Построение треугольника по трем элементам	61